• 哲学传统研究 •

逻辑究竟是什么以及逻辑应当是什么?

郝兆宽

摘　要: 对于逻辑是什么,有两种相互冲突的立场:当代哲学中流行的看法是逻辑是纯形式的,逻辑命题没有事实内容;而在弗雷格和哥德尔那里,逻辑是有关客观概念世界的科学。这两种观点都需要哲学立场的支撑, 前者需要经验论或物理主义的立场,后者则预设了实在论或柏拉图主义。所以,流行的观点并不是哲学中立的,因此也不是更自然的或不可避免的。相反,弗雷格为数学奠定逻辑基础的努力, 哥德尔成就逻辑学的伟大成果以及当代逻辑学家对连续统问题的研究都表明,实在论的立场总是能更好地解释逻辑学研究的实践。因此,我们有理由相信:把逻辑视为纯形式的观点,虽然看似自然而然,但在某种程度上是哲学史和逻辑史上的一个误解。

关键词: 逻辑观;形式;哥德尔;弗雷格;概念论;休谟原则
中图分类号:B94　文献标志码:A 文章编号:2095-0047(2016)02-0046-20

为什么黑格尔的逻辑叫逻辑,而弗雷格的逻辑也叫逻辑? 这是一个比它表面看起来更根本的问题。当然我们可以完全表面地去理解它,即认为黑格尔误用甚至滥用了“逻辑”这个词,也可以说自黑格尔以后,特别是从弗雷格开始,逻辑有了完全不同于黑格尔的,同时也完全固定的含义。但这样的理解和答案显然不能令人满意,因为我们可以进一步追问,到底是什么原因让黑格尔滥用“逻辑学”这个名词,而不是,例如“生理学”这个名词呢? 同时我们还要问,既然黑格尔对“逻辑”一词的使用流传广泛, 后来那个具有完全不同含义的逻辑为什么坚持使用这个容易引起误解的名词?

有一个不怎么表面的解释是:黑格尔的逻辑与从弗雷格开始的形式逻辑既有相

作者简介: 郝兆宽,复旦大学哲学学院教授。

似之处，又有不同。它们首先都是以纯粹的思维形式为研究对象，但在黑格尔的逻辑中，概念是在一个辩证运动的体系中，而在形式逻辑中它们却是静止的。另外一个重要的不同是，黑格尔的体系允许矛盾的对立统一，但对形式逻辑来说，矛盾就是灾难。

我们不妨从后一点开始讨论。这里似乎混淆了“体系中包含矛盾”和“体系中可以讨论矛盾”这两个完全不同的概念。黑格尔逻辑的确重视矛盾的对立统一这类“辩证”的现象，事实上从巴门尼德开始，西方哲学家一直对这类现象颇有兴趣。但是，不管是黑格尔还是任何一位哲学家，不论他们多么重视甚至偏爱这类辩证矛盾，他们用来谈论这些“矛盾”的系统本身应该不能包含矛盾，否则，他们的理论就有可能完全不能被理解。这是一条绝对的要求，是形式逻辑的要求。所以，无论康德或黑格尔多么轻视形式逻辑，他们从主观上必须至少遵循形式逻辑的这一要求，虽然他们谈论的问题显得辩证而深奥。

这样的话，说黑格尔的体系允许矛盾而形式逻辑不能就是一个误解。事实是，形式逻辑只关心有关概念的最一般规则，而黑格尔逻辑则是在这些一般规则的要求下，讨论概念间那些包括对立统一关系在内的更为丰富的性质和关系。也就是说，黑格尔的逻辑学在内容上超出了形式逻辑，但并没有破坏形式逻辑的规则。从黑格尔的逻辑来看，形式逻辑不是错的，而是不够。

关于概念的运动，是另一个误解的地方，因为概念的运动本身至多是一个隐喻的说法。运动至少需要在时间中进行①，而概念显然是在时空之外的存在。如果这里的运动指的是逻辑上的演绎，那形式逻辑本身也已经包含这种运动了。

概括地说，辩证矛盾、概念运动都不足以从根本上区分形式逻辑和黑格尔的逻辑。唯一能确定的是，黑格尔的逻辑从内容上超出了，至少是不满足于形式逻辑的那些基本原则。

用纯粹思维形式来将弗雷格逻辑和黑格尔逻辑联系起来的说法也是模糊和不确定的。一方面，正是从弗雷格开始，逻辑不再被认为是有关思维形式的科学。鲍亨斯基就曾说，逻辑学与思维的关系一点不比数学与思维的关系更近。事实上，弗雷格逻辑的核心内容是关于谓词的一些最一般原则，而谓词正是在亚里士多德那里表现为“依凭自身之是”的东西。另一方面，黑格尔的思维，至少在逻辑学中，是与存在相同一的东西。如果黑格尔断言自己的逻辑学是关于思维的纯粹形式的，那也同样可以说，他的逻辑学是关于存在的纯粹形式的。而事实上，黑格尔的逻辑学正是从一个纯粹抽象的存在概念开始的，他的逻辑学第一部分就是存在论。所以，把与心理学有关的人类思维与黑格尔的思维做似是而非的联系，未免太过于想当然了。

---

① 其实，脱离空间的运动也是难以想象的。但似乎我们可以考虑完全精神的变化，它们必须在时间中展开，但却不能确定其在空间中的轨迹。

除了思维,"形式"这个概念也非常值得讨论。无论是亚里士多德还是弗雷格,都没有使用"形式逻辑"这个概念。是数学家希尔伯特重点地讨论了形式系统的概念,他用形式表示尽可能地抽象掉具体的内容,以达到更高的抽象性。例如在谓词逻辑里,我们只讨论某一概念(谓词)与另一概念(谓词)之间最一般的关系,而不涉及到底是哪个概念。从中得到的这些基本原则,对于任何具体的概念也是成立的。

但是,有一个概念是不能被当作"某个概念"而进行一般处理的,这就是"存在"概念。在弗雷格的系统中,"存在"被处理为一个量词,正如蒯因正确指出的,"存在"就是量词的取值范围。在弗雷格逻辑中,对结构或模型的要求就是一个"非空的论域",实际上就是一个没有任何规定性的存在。这跟黑格尔把一个无任何规定性的存在作为逻辑学的开端如出一辙。

所以,从这个意义上来说,不管是在黑格尔逻辑还是弗雷格逻辑中,"形式"一词的意义更接近柏拉图的"相",即具有最高抽象程度的概念,也就是亚里士多德的范畴。逻辑的对象就是处理最一般概念的最一般性质和关系。

这种关于逻辑的观念与"众所周知"的"逻辑是纯形式,不关涉任何内容"的观点截然相反,自然有可能被指为一种离经叛道的立场。然而,本文的主要目的正是想指出,现代逻辑的创立者和奠基人——弗雷格和哥德尔——从未把逻辑视为纯形式的科学,而是将其理解为有关一个客观存在着的概念世界的一般科学。从这个意义上来说,当代关于逻辑的通行理解才真的是离经叛道得很远了。事实上,这一点很早就被注意并被讨论过了。可惜的是没有人能超出流行的观点来认真看待这个事实。

在《弗雷格的逻辑观念》(Frege's Conception of Logic)一文中,戈德法布(Warren Goldfarb)指出,现代逻辑的创始人弗雷格有着与"我们"完全不同的逻辑观念,他不认为逻辑是"模式化的"(schematic)。在《弗雷格、康德与逻辑主义的逻辑》(Frege, Kant, and the Logic in Logicism)一文中,麦克法兰(John MacFarlane)则指出弗雷格的逻辑观念与康德的普遍逻辑也不相同,他不认为逻辑是纯形式的。事实上,布罗斯(George Boolos)也在此之前注意到这点[①],而戈德法布更是提醒我们,早在 20 世纪 60 年代开始,德雷本(Burton Dreben)、埃尔诺特(Jean van Heijenoort)都已经注意到弗雷格拥有"独特的"逻辑概念这一点。[②]考虑到弗雷格是现代逻辑的创立者,这种不同应该不是一个平凡的事情。戈德法布正确地指出,弗雷格的逻辑观念是他哲学立场的必然结果,也提醒我们从这两种观念的比较中反思我们今天的逻辑概念是如何得到的,但他坚信模式化的逻辑观是最

① 参见 George Boolos, *Logic, Logic, and Logic*, edited by Richard Jeffrey, Cambridge: Harvard University Press, p. 302。

② 参见 Goldfarb, "Frege's Conception of Logic", in *The Analytic Tradition in Twentieth-Century Philosophy*, edited by Juliet Floyd and Sanford Shieh, Oxford University Press, 2001, p. 25。

③ Ibid., p. 39.

为自然,甚至不可避免的。因此,弗雷格逻辑观念的不同只有历史的意义。[3]而麦克法兰则力图说明,纯形式不是康德逻辑观念的本质要求,而是“逻辑是普遍的”这一点在康德哲学框架内的一个推论。因此,弗雷格可以只接受逻辑的普遍性,而(通过拒绝康德的一些哲学假设)不接受逻辑是形式的,所以弗雷格在《算术基础》中对康德的批评值得对手认真对待,不能简单地以康德的逻辑与弗雷格的逻辑指的不是同一个概念而逃避。但是,为了达到这个目的,麦克法兰要求弗雷格接受“逻辑是思想的普遍规则”,即,它是一个规范性的学科。[1]

在《论分析性》中,我们(通过分析性概念)也注意到了类似的事实,只是更倾向于指出形式的分析性(逻辑)概念是基于经验论传统的哲学立场,而不是一个中立的框架。[2]本文则打算在以上工作的基础上首先重申这一点,即,两种不同的逻辑观念都是基于各自的哲学立场而形成的,模式化的逻辑观念比起弗雷格的并非是“自然”或不可避免的。其次,哥德尔的逻辑观念是对弗雷格的继承和发展,因此弗雷格的逻辑概念不是一个个案。相反,由于他们两人从根本上决定着现代逻辑的产生和成熟发展,我们至少不应该想当然地将其视为无足轻重的。最后,我们还力图说明,事实上两种立场都在当代逻辑学研究的前沿产生着影响,当代逻辑学家们在弗雷格—哥德尔的逻辑观下取得了引人瞩目的成就,因此,这种有关逻辑是什么的分歧不仅仅是一个历史事件。

一、逻辑是纯形式的吗?

逻辑学是一门关于“形式”的学科,这一点似乎毫无疑问。但“形式的”指的是什么却颇有争议。例如,有一种普遍的误解认为形式就意味着符号化,但显然人类的任何语言都是一种符号。

现代最为通常的观点认为,逻辑之所以是形式的,是因为它的语言是由纯粹的符号构成的,在未经解释以前,它的词项不实际地指称任何对象,因此它的语句也没有真假。例如以下语句:

在任何两个自然数之间总存在另一个自然数。 (1)

这是一个有明确意义的句子,而且是假的。我们可以使用逻辑的语言将其概括为:

$$\forall x \forall y \exists z (x<z \ \& \ z<y) \quad (2)$$

而这个形式的逻辑语句则只是一个纯粹的(根据一定句法规则形成的)符号串。

---

① 参见 MacFarlane, *What Does It Mean To Say That Logic Is Formal*? Ph.D. diss., University of Pittsburgh, 2000, 以及 Frege, Kant, and the Logic in Logicism, *The Philosophical Review*, Vol. 111, No. 1, 2002。

② 郝兆宽:《论分析性》,载《哲学研究》,2014 年 12 期。

我们必须确定∀、∃以及 < 的意义后才能使其成为一个具有真值的语句。例如，我们如果将∀、∃理解为“对所有的自然数”和“存在一个自然数”[1]，而把 < 理解为自然数上的小于关系，则这个形式语句就表达了语句（1），而且在这个解释下是假的。而如果将∀、∃理解为“对所有的有理数”和“存在一个有理数”，而把 < 理解为有理数上的小于关系，则这个形式语句就表达了语句（3），

在任何两个有理数之间总存在另一个有理数。　（3）

而且在这个解释下（3）是真的。

在这一点上，最著名的是希尔伯特对“形式几何”的解释：“你总是可以用桌子、椅子和啤酒杯来代替点、线和面。”[2]

有人指出，这个意义上的形式化并不足以把逻辑与其他学科区分开来[3]，因为几何学、力学，甚至经济学都可以在这个意义上被形式化。我们从某一具体科学出发，总结出它的那些基本原理，然后用上述形式化的方法将这些原理概括到一个形式的公理系统中。此后我们可以忘掉最初的那些直观，而断言所有满足这个形式公理系统的结构，不管是由点、线、面还是由桌子、椅子、啤酒杯构成的，都可以称为“几何”对象。因此，这种形式只不过是一种形式化方法，它可以应用到逻辑，也可以应用到数学，甚至任何科学中去。

但是，逻辑在这种形式化中显然有着最为独特的地位，事实上，把逻辑视为“形式”的那些立场正是通过这种形式化被刻画的。从任何一个具体科学得到的形式公理系统只能在某些解释下为真，在另一些解释下为假，例如以上语句（2）。再比如，可以构造一个结构使得由欧氏几何得到的形式系统中的平行公理为假，这就是非欧几何。但是有些语句，例如

$\forall xFx \rightarrow \exists xFx$　（4）

则在任何解释下都为真！这类语句就是通常所说的逻辑语句。更为重要的是，在任何一个形式的公理系统中，当我们从一些命题通过推理得到另一些命题时，必须保证它们具有被称为“逻辑后承”的关系，按照塔斯基，这个关系定义为：

语句 A 逻辑蕴涵语句 B 当且仅当没有一个解释使得 A 为真而 B 为假。

在任何解释下都真的这类语句以及语句间的这类关系被称为“逻辑形式”，它们被认为是逻辑学的主题，逻辑在这个意义上是形式的。[4]

---

① 这实际是确定量词∃、∀的论域，这个论域也就是对这个语句所处的形式语言进行解释的那个结构的论域。这让我们想起了蒯因的名言：“存在就是量词的变域。”

② 这是布罗门塔尔（Otto Blumenthal）讲述的故事，发生在 1891 年于柏林火车站的一次讨论中。参见夏皮罗：《数学哲学——对数学的思考》，郝兆宽、杨睿之译，上海：复旦大学出版社 2012 年版，第 147 页。

③ 参见 MacFarlane, *What Does It Mean To Say That Logic Is Formal?* p. 33。

④ 有关逻辑真和逻辑后承的概念可参见郝兆宽、杨跃、杨睿之：《数理逻辑——证明及其界限》，上海：复旦大学出版社 2014 年版，第 89–93 页。

这种观点在当代哲学中毫无疑问占据着主导地位,而且相当广泛,为众多具有不同哲学立场的哲学家所共有,例如,经验论者卡尔纳普:

> 一个理论,一个规则,一个定义,或者类似的东西被称为形式的,如果在其中既不涉及符号(如单词)的意义,也不涉及表达式(如句子)的含义,而仅仅单纯涉及构成表达式的符号的种类和顺序。①

实在论者塔斯基:

> ……在构造一个演绎理论时,我们忽略公理的意义而只考虑它们的形式。正是由于这个原因,人们在提到这些现象时,他们说的就是演绎科学和这些科学中的所有推理的纯形式特征。②

戈德法布:

> 逻辑处理逻辑形式,后者将语句的主题内容模式化掉。因此逻辑与任何特殊的主题都没有关系,因为它处理的是这些"空洞的"形式,而不是特殊的内容。③

另一种关于形式的解说源自康德,他把普遍的逻辑理解为有关思维的形式规则的科学:

> 逻辑学的界限已经有完全精确的规定,它是一门仅仅详尽地阐明和严格地证明一切思维的形式规则的科学。④

> 这一规定性使得逻辑学必须抽掉一切认识内容,只有这样才能成为纯形式的。……(逻辑)抽掉知识的一切对象和差别,因而在其中知性除了和自身及其形式之外,不要和任何别的东西打交道。(BIX)

又,

---

① Carnap, *Introduction to Semantics*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1942, p. 32, 转引自 MacFarlane, *What Does It Mean To Say That Logic Is Formal?*

② Alfred Tarski, *Introduction to Logic and to the Methodology of Deductive Sciences*, New York: Oxford University Press, 1946, p. 128.中译本《逻辑与演绎科学方法论导论》,北京:商务印书馆 1963 年版,第 124 页。

③ 参见 Goldfarb, *Frege's Conception of Logic*, p. 27。

④ 康德:《纯粹理性批判》,BIX,根据的是邓晓芒的译本(康德:《纯粹理性批判》,邓晓芒译、杨祖陶校,北京:人民出版社 2001 年版)。下同,我们只注明页码。

> 普遍的逻辑抽掉了知识的一切内容，也就是说，抽掉知识与客体的一切关系，仅仅在知识的相互关系中考察逻辑形式，即一般的思维形式。(A55/B79)

这样规定的逻辑只能“作为入门而构成各门科学的初阶”，可以当作评判知识的前期手段，但不能真正能通过逻辑学获取知识：

> 这虽然是一切真理的必要条件，因而是消极的条件，但更远的地方这种逻辑就达不到了，它没有什么测试手段可以揭示那并非形式上的而是内容上的错误。……但由于单是知识的形式不论它与逻辑的规律多么一致，也远远不足以因此就断定知识的质料上(客观上)的真理性，所以没有人敢于单凭逻辑就对对象作出判断，或是以任何方式对此有所主张，……(A59−60/B84−85)

这两种有关形式的理解本质上非常接近。“排除知识的一切对象和差别”不正是说逻辑语言的那些符号在未经解释以前不指称任何对象，并且那些被称为逻辑形式的命题在任何解释下(或者说对任何对象)都真吗？不过它们之间也有明显的差别。康德强调逻辑是关于“思维的形式规则”的科学，而前一种既不肯定逻辑是有关思维的，也不确定逻辑是关于规则的科学。这种联系和区别反映了两个不同时代对逻辑的不同理解。20 世纪的分析哲学传统一方面继承了康德认为逻辑必须在排除知识的一切对象的意义上是形式的，另一方面受弗雷格的影响，将心理的因素排除在逻辑之外[①]，从而拒绝把逻辑视为思维的规则。但他们似乎走得并不很远，在脱离思维以后，逻辑似乎又成为与语言的句法类似的某种东西。

一个非常重要、也非常有趣，同时又尚未引起足够注意的事实是，现代逻辑的奠基人弗雷格有着与上述两种观念完全不同的逻辑概念。首先，他不认为逻辑是未经解释的符号体系。在弗雷格看来，逻辑中根本不需要“解释”一词，因为逻辑的语句也都是表达思想的，而如果这种表达是准确的，则不容许任何不同的解释。[②]

其次，对于弗雷格来说，逻辑是一门科学，是一组真语句的集合，就像任何其他科学一样。它与其他科学的唯一区别就在于它是最为“普遍的科学”。物理学是关于物理对象的，这些对象我们可以感觉到；几何学是关于几何图形的，这些对象我们可以直观到。而逻辑学的真理则普遍适用于任何“可思想的对象”，包括那些不能感觉、不能直观，甚至不能想象的对象。我们可以设想一个揪着自己的头发把自己从沼泽

---

① 弗雷格在《算术基础》中明确断言，要始终将心理的与逻辑的、主观的和客观的严格区分开来。参见 Frege, *The Foundations of Arithmetic*, translated by J. L. Austin, Oxford: Basil Blackwell Publisher, 1980, p. X。

② 参见 Goldfarb, *Frege's Conception of Logic*, p. 27。

中拔出来的人，但在无论多么大胆、多么新奇的想象中，其中的对象和人物都还是遵循了几何学的公理。所以几何学真理比物理学真理更为普遍。但是，至少在思想中，我们可以思考多维的甚至无穷维的空间（虽然对这些可能没有任何的直观），可以思考曲面上的几何学。但对于算术真理（按照弗雷格的逻辑主义，因此也是逻辑真理），我们不能在任何情况下假设它们是假的，因为那样的话，思考就已经是不可能的了：

> 我们此处仅仅试图否定其中的任何一个，就完全陷入了混乱，思考似乎根本不再可能。算术的基础似乎比任何经验科学都来得深刻，甚至比几何学还要深。算术真理统治着那些可计数的东西。这是最为广泛的领域，因为它不仅包括现实的，也不仅包括可直观的，还包括任何可思想的东西。[①]

表面上看，弗雷格对逻辑真理普遍性的这种强调会导致他不得不接受前述逻辑是形式的立场。一个对任何对象都成立的真理，不就是那个在任何解释下都真的形式语句吗？难道不是越是普遍的也越是空洞的，而最为普遍的命题最终会抽掉知识的任何对象吗？也许正是由于这个原因，逻辑是形式的这一观念才如此深入人心。因为所有人都不会否认逻辑学是最为普遍的科学，可如果普遍性蕴含着逻辑必须脱离任何对象，那逻辑似乎就必然是形式的。

但正如麦克法兰所论证的，也是我们所支持的，这种蕴涵必须预设某些哲学立场才能成立。对于康德来说普遍性是逻辑的根本特征，而这个特征加上康德哲学的一些根本预设，必然使康德把逻辑看作脱离任何对象的纯形式。麦克法兰的论证本身十分精致，但主要的依据是以上引文中所表述的，普遍逻辑必须抽掉思想与感性之间的任何联系，以及任何对象都只能通过感性直观被给予我们：

> 我们一切知性概念的客观运用的条件仅仅是对象借以被给予我们的那种感性直观的方式，并且如果我们抽掉这种方式，则那些知性概念就完全不具有与某个客体的任何关系了。(A286/B342)

这两者一起，使康德必须接受普遍的逻辑（不因某一特殊对象而改变）必然也是形式的（即无认识内容的）。[②]

虽然麦克法兰没有提到，但这个论证显然也适用于经验主义者，而且论证过程也会更为简单。

① Frege, *The Foundations of Arithmetic*, §14.
② MacFarlane, *Frege, Kant, and the Logic in Logicism*, pp. 49-53.

假设经验论者也接受“逻辑是普遍的”这个论题,那他一定会接受:

如果 S 是一个逻辑语句,则 S 的真不取决于任何一个具体的经验事实。(5)

否则 S 就不会是普遍的。同时,对于经验论者来说,一个语句有语义内容,当且仅当它描述了经验世界。(6)

而

语句 S 描述经验世界当且仅当 S 陈述了一个具体的经验事实(或它的反面)。(7)

因此 S 的真也取决于它所陈述的那个具体的经验事实。将以上断言联合起来就必然会得到:一个逻辑语句没有任何语义内容,因此是纯形式的。

事实上,对于经验论者,包括当代的物理主义者,主要的担心是对那些非时空对象的本体论承诺,从而不愿意接受我们会有任何关于非物理对象的客观知识。在这个最高原则下①, 他们当然只能把逻辑处理为纯形式的, 并把数学处理为与逻辑一样,也是形式(句法)的。②

麦克法兰的这个发现极为重要,它从哲学上令人信服地说明,当前对逻辑的主流观念,并非如人们相信的那样,是一个与立场无涉的中立框架,是逻辑这门科学本性使然的客观结果。③相反,它是以某种流行的哲学为基础的。借用哥德尔的术语,这种关于逻辑的纯形式观念是整个哲学“左转”,即越来越屈服于物理主义的结果。④

同时,这一论证正好说明当代分析传统的逻辑观念为何更接近康德而不是被称为“分析哲学之父”的弗雷格。因为弗雷格不是一个经验论者,更不是现代意义上的物理主义者,他明确拒绝了一切对象必须通过感性被给予的观点:“我还必须反对康德以下断言的普遍性:离开感性,我们不能有任何概念被给予。零和一就不是能通过感性被给予的对象。”⑤

因此也就不必像经验论者那样,在强调逻辑的普遍性的同时必须接受逻辑是纯

① 我们这里没有涉及这个原则的来源。如果把这个原则归于当代科学,特别是物理学所强烈暗示的事实,那这样的物理主义会自认为是自然主义。

② 所以经验主义者、物理主义者也可以是一个逻辑主义者。但要说明数学是纯形式的比要说明逻辑的纯形式性困难很多。当然,物理主义者还有其他选择,即把逻辑和数学视为间接地关于物理世界的,或者是人类大脑的某种能力的体现。

③ 不仅如此,麦克法兰还对逻辑是纯形式的这一观念做了历史的考察,得出的结论是,在康德之前,它并不是流行的看法,更谈不上固有的逻辑观念。例如,对于莱布尼茨来说,逻辑就是一门真正的科学,而不仅仅是形式的。他所理解的逻辑,不仅仅是对已经提出的命题做出评判,而且还是发现那些隐蔽的真理的手段,所以从这个意义上说,真正的形而上学与真正的逻辑很难区分开来。(莱布尼茨著作全集德文版,第四卷。这里全部转引自 MacFarlane, *What Does It Mean To Say That Logic Is Formal?*)

④ 参见 Gödel, “The Modern Development of the Foundations of Mathematics in the Light of Philosophy”, in *Collected Works, Vol. III, Unpublished Essays and Lectures*, edited by S. Feferman, et al., Oxford: Oxford University Press, p. 375。

⑤ 参见 Frege, *The Foundations of Arithmetic*, §89。

⑥ Ibid., p. 67.

形式的。在这里我们还希望强调一个众所周知的事实,即弗雷格反复强调自然数是“独立而非现实的”“自我持存的对象”。[6]所以,如果S是一个算术语句,按照逻辑主义的观点,S也是逻辑语句,因此是普遍的。同时,S是关于自然数的,陈述了关于自然数世界的事实,所以它不是空洞的纯形式。

再次,对于弗雷格来说,作为一门具有实质性内容的科学,逻辑学是描述性的,而不是规范性的,更不是思想的形式。在他看来,逻辑之所以看起来“规定”了我们如何思考的原则,是因为我们的思想是关于实在的,如果一门科学确定地描述了现实的客观规律,那我们的思想就不可避免地要遵循这些规律。在这个意义上,任何描述性的科学,不管是物理学还是几何学,都规范着我们的思想,只是程度不同而已。如果我们思考物理对象,那就必须遵循已知的物理学规律,离开这些规律,例如设想一个人左脚踩着右脚向上爬,或者向山上流的水,那被思想的就不再是物理对象,物理规律也就不再左右你的思想。如果更进一步,还可设想一个三角形,它的内角之和不是180°,只要把这个三角形从平面放到一个球面上,此时你所思考的,已经不是欧氏几何的对象,欧氏几何的规律也不再对你有效。当然,此时你还是必须遵循非欧几何的那些定律。

将这个过程进行下去,我们能否设想一个不等于自身的对象呢?或者一个不能用数去数的东西呢?弗雷格认为这是不可能的,因为这与一些最为基本的规律相违背,这些规律是所有“能被思考的”对象都必须遵守的,这就是逻辑规律。

所以,作为一门描述性的科学,逻辑对思想的影响并不是因为它与思维有着什么特殊的关系。如果一定要认为逻辑是有关思维规则的科学,那同样可以说物理学、几何学也是如此。真正让逻辑显得特殊的是它的普遍性,我们可以思考非物理的对象,甚至思考非欧几何的对象,但不能思考非逻辑的,即不能思想的对象。

麦克法兰注意到了弗雷格对逻辑规律这两种解读的不同态度:是作为描述性的普遍逻辑规律决定了它们对思想也是规范性的,但是似乎又认为这两种解读可以分离开来,成为平行的两个向度。但是我们非常怀疑弗雷格会接受这样的解读,因为他始终强调,真是一回事,对真的把握是另一回事。麦克法兰需要谨慎处理的另一个问题是,弗雷格的思想很可能与康德所说的思想不是同一个概念。①

总结起来,在当代思想中有两种逻辑的观念有着广泛影响,一种认为逻辑是形式的,与对象和事实无涉,逻辑命题对现实世界无所言说。一种认为逻辑是普遍的,但有自己的对象和内容,对实在有所言说,而且那些逻辑命题是所有可思想的对象

① 这可能是一个有着丰富内容的论题,但离我们目前讨论的话题已经太远了。

都必须遵守的。

我们还论证说,这两种逻辑观念的背后是两种哲学立场的分歧,这就是当代数学哲学中的物理主义和实在论立场。有一点微妙的是,在物理主义哲学前提下,逻辑的普遍性意味着它是形式的,而物理主义哲学又是我们时代的主流思想,所以这两种逻辑观念的区分不是很引人注目。但它还是没有逃过那些敏锐的思想者的视线。

二、哥德尔的逻辑观

"哥德尔的逻辑构想,是弗雷格所设想的逻辑观念的自然的发展。"①如果这是对的,那至少说明,弗雷格的逻辑观念,虽然与主流哲学的把逻辑视为纯形式的相矛盾,但并不是一个孤立的立场。相反,由于哥德尔与弗雷格一样,致力于为数学奠定一个牢靠的基础,这种立场在数学基础研究中的影响非但不像其在分析哲学中的那样逐渐消退,反而是日益地得到加强。

为了证明这个论题,我们希望说明:(1)与弗雷格一样,哥德尔认为逻辑学是一门描述性的科学,它有自身的研究对象,这些对象是客观世界的一部分,而且不是属于物理,或者说感官可以知觉的那一部分。(2)逻辑和数学命题的本性仍然是分析的,无须借助康德意义上的直观而认识它们。(3)哥德尔是弗雷格意义上的一位逻辑主义者,即,他也同意数学可以建立在上述意义的逻辑之上。

这最后一点并不是必需的,因为这不是弗雷格逻辑观念的必然结论。但这个额外的收获却与当代数学基础的研究密切相关。正如我们稍后将会看到的,弗雷格逻辑主义的所谓"失败"被深深地误解了,而且由于不能超出这种误解,当代的新弗雷格主义者不可能是"真正的"弗雷格主义者。即使我们真的能证明休谟原则的逻辑命题的地位,也不能完成弗雷格将全部数学置于逻辑之上的宏大目标。

在已发表的著作中,哥德尔对逻辑观念的论述不多,且比较零散,最为明确的一次是在 1944 年的《罗素的数理逻辑》中:

> 数理逻辑无非是形式逻辑的精确的与完全的表述,它有着相当不同的两种面貌。一方面,它是数学的一个部门,处理类、关系、符号的组合等等,而不是数、函数、几何图形等等。另一方面,它是先于其他科学的一门科学,包含着所有科学底部的那些思想和原则。②

① Wang Hao, "What is logic?", in *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics, Proceedings of the 15th International Wittgenstein Symposium*, part 2, edited by Klaus Puhl, Vienna Verlag, pp. 11-23, pp. 266-271; 王浩:《逻辑之旅——从哥德尔到哲学》,邢滔滔等译,杭州:浙江大学出版社 2009 年版,第 319 页。

② 参见 Gödel, *Russell's Mathematical Logic*, in *Collected Works, Vol. II. Publications 1938-1974*, edited by S. Feferman, et al., Oxford: Oxford University Press, 1995, pp. 119-141。此处采用了邢滔滔和杨睿之的译文,尚未发表。

除此之外，王浩记录了他在 1975 年的一段更为清楚的表述：

> 逻辑是关于形式的东西的理论。它包括集合论和概念论。初等（或谓词）逻辑、非初等逻辑和集合论之间的区别主要是主观的区别。主观的区别依赖于心灵特殊的情形。形式的东西与心灵无关。因此，什么是逻辑是一个客观的问题。客观的逻辑蕴涵是范畴性的。初等逻辑是有穷心灵的逻辑。你若是有无穷的心灵，你便有了集合论。比如，一万个元素的有穷论域上的集合论就是初等逻辑的一部分。请比较我的罗素篇。①

我们首先要面临一个琐碎而恼人的问题，即哥德尔也使用“形式的”一词。好在王浩对此做了明确的断言：“对哥德尔而言，逻辑处理形式的——意思是普遍可应用的——概念。从这个角度看，数、集合和概念都是形式的概念。”②形容词“形式的”修饰概念，那才是逻辑的对象，而且形式的只不过是普遍的另一种表述而已。这正与弗雷格所说的相一致。

这两段论述有所差别，反映了哥德尔思想在 30 年中的变化。但我们也有理由相信，它们所表达的基本立场是一致的。

首先可以确定的是，对哥德尔来说集合论是逻辑的一部分。1944 年的表述中，第二方面所指的显然是谓词逻辑③，因为他随后提到，正是在这个方面，先是莱布尼茨设想，然后由弗雷格实现了。可是，要想说明第一个方面指的是（至少包括）集合论，我们必须首先搞清“类”与概念以及集合的关系。

根据王浩的报告，哥德尔对类的理解经历了一个深刻的变化。在 1944 年的表述中，哥德尔把类理解为与概念同样基本的东西：“类和概念也可以被设想为实在的对象，就是说，类可以被设想为‘事物之复多’或由多数事物组成的结构，而概念可以被设想为独立于我们的定义和构造而存在的事物的性质和关系。”这样一个类的概念是包含集合在内的，每个集合都是一个类，但有些类，例如“所有集合”构成的类，不是集合，否则就会出现罗素悖论那样的矛盾。这样，“处理类、关系、符号的组合等等”的数学部门就至少包含集合论在内。从另一个方面也可以证实这种看法，哥德尔在构造他的 L 来证明连续统假设的一致性时，使用了 NBG 系统而不是通常的 ZF，而在 NBG 中，初始的对象有两种——类与集合。这当然有技术上的考虑［如索洛维（Solovay）和库能（Kunen）所指出的］，但同样也可能有哲学上的原因，如帕森斯所说的：“这一观点（即集合的性质对于集合论来说是初始的）可能反映在哥德尔（在其证明连续统假设一致性的论文中）选用带有类变元的框架这一点上。”④

① 王浩：《逻辑之旅——从哥德尔到哲学》，第 347 页。
② 同上。
③ 它是 1975 年的表述中“概念论”的一部分。根据王浩的报告，哥德尔认为谓词逻辑既属于逻辑也属于数学。
④ 参见帕森斯（Charles Parsons）为《罗素的数理逻辑》（*Russell's Mathematical Logic*）所写的导读，第 108 页。

第二个需要解释的问题是，谓词逻辑显然可以用“纯形式”的观点加以解释，而集合论则显然不能，是什么样的内在联系使这两者包含于同一门学科中？1975 年的表述给出了这样的暗示：它们之间的区别仅仅是“主观的”，是由于心灵的能力不同而造成的。在哥德尔看来，经验主义者把逻辑的作用限制于推理，限制于从一些命题过渡到另一些命题，而不是去陈述命题。因此，在这种限制下，可以用“直接关涉有穷心灵的推理的形式显明性来定义逻辑”，这的确可以涵盖谓词逻辑的部分，而且他自己的谓词逻辑的完全性定理肯定了形式推理对经验主义的这种逻辑观念的充分性。

但哥德尔同时指出，如果逻辑仅仅是推理规则而不是描述命题，那量词的引入就不是必须的：“我们引进量词是因为语言是关于什么东西的——我们把命题看成是谈论对象的。我们若不谈论对象，量词就不是必要的，但我们无法想象这点。”而另一方面，“对于无穷的心灵来说，集合论公理也是推理规则”[①]。可这是什么意思呢？

首先，初等逻辑和数学是集合论的某种“限制”。如上引文所说的，把集合论限制在一个有穷的论域上，它就是一阶谓词逻辑的一部分；限制在一个可数的论域上，它就相当于一阶算术理论。另一方面，集合论也可以被看作是有穷推理规则的推广：

> 如果一个人不考虑有穷和无穷在这方面的区别，那么就存在一种更简单的同时也是更深刻的对集合论（由此也是对数学的）的解释。即，在个体数量有穷的情况下，罗素的纲要，即关于类的命题可以被解释为关于它们的元素的命题，就成为显而易见地真的了。……当然，通过对这种过程的迭代，我们可以得到类的类，等等，这样得到的逻辑系统就像简单类型论，只是这种情况下类型的混合会是可能的了。这样，公理化集合论就成为这种模式在无穷个体或集合构造过程的无穷迭代情况下的推广。[②]

1944 年的表述中没有直接提到“概念”作为逻辑的对象，更没有明确把概念论作为逻辑的一个部分。但我们有理由相信，1944 年表述中的类既包括集合（以上论述已经明确了这一点），也间接涉及了概念。综合 1975 年表述和王浩的解读，我们猜想大致的图景是这样的：首先，类是概念的“适域”，每个概念对应着一个类，如果这个类恰好是集合，则它就是这个概念的外延。罗素悖论告诉我们，并非每个概念都有外延。其次，哥德尔对类的理解经历了一个重大变化。在他的早期，作为概念的适域的类和概念本身是一样实在的客观实体。但是最迟在 1975 年，哥德尔开始认为那些不是集合的类（真类）是不真实的对象，它自身什么也不是。它不过是一种派生的、混杂

① 王浩，《逻辑之旅——从哥德尔到哲学》，第 345 页。

② Gödel, *Russell's Mathematical Logic*, p. 134.

的便利手段,是为了便利地谈论概念的某些方面而引进的,它不能被当作单个的对象。

在整个 1944 年的表述中,哥德尔几乎总是把类和概念并举,并提出“建立一种关于作为客观存在实体的类和概念的一致理论”的设想,甚至认为“这是数理逻辑的现实发展所采取的道路, 也是罗素自己在其工作更有建设性的部分所不得不进入的道路”。 这说明,在早期,哥德尔把关于类的理论与概念论视为平行的理论,前者涵盖了集合论,对应于概念论中那些其适域是集合的部分。

但是,后期的哥德尔不再相信“内涵的”和“外延的”东西是完全对应的,可以类比的。类是从外延的角度对概念的理解。但是,一方面,不同的概念可以有相同的适域,即对应同一个类,例如分数这个概念和有理数这个概念。另一方面,我们并不总是清楚某个类对应的那个概念的内涵,例如,V。所以,如果类不能唯一地确定概念,也不能帮助澄清概念的内涵,那类的理论就不再与概念论平行。又因为从外延上讲类是不一致的(罗素悖论),所以离开概念论的类不能成为真正的对象。内涵和外延的不对称,成为哥德尔放弃把类视为真实对象的根本原因。

集合论取代类的理论,代表了从外延角度对概念的理解,但它从根本上不再是与概念论平行的理论。一方面,与类一样,同一集合可能对应着不同的概念,所以类似于外延公理的东西在概念论中可能不成立;另一方面,哥德尔甚至设想,可能有这样的集合,它不对应任何的概念。虽然他认为,一个完备的集合论和一个完备的概念论合在一起能够证明每个集合都对应着一个概念,但这并不是一个显然的事实。

这一切导致了建立一个概念论的必要性,也成为哥德尔所认为的逻辑学的一个核心任务,这是哥德尔晚年思想的一个重要方面。可惜的是,虽然集合论远非完备,但至少有了一个合理的公理系统, 而且这个系统对建立绝大部分数学也是足够的。与之相比,哥德尔对概念论的设想还只是一个模糊的雏形,甚至连一条明确的公理都不能确定。不过哥德尔也多次暗示,这样的概念理论一旦建立,会给我们带来丰富的成果。例如,司寇仑发现,每个自然数理论都存在一个非标准模型,如果我们只有外延的手段,这是一个麻烦。但如果能有一个像样的概念论,问题就不存在了,我们总还是只有一个自然数的概念。

无论如何,以上有关哥德尔逻辑观念的讨论足以说明(1),即,与弗雷格一样,哥德尔不认为逻辑是纯粹的形式,集合论包含在逻辑之中。

那么,这样的逻辑对于哥德尔来说是否还是分析的呢? 关于哥德尔的分析性概念,我们在文献中有较为详细的论述,在此不打算展开。[①]关键的一点是,哥德尔始终把“概念”视为脱离语言而独立存在的事物。经验主义所理解的那种因语词而真的分

① 也可参考哥德尔的吉布斯演讲,“Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and Their Implications”, in *Collected Works*, *Vol. III. Unpublished Essays and Lectures*, Oxford: Oxford University Press, 1995, pp. 304-323,特别是 p. 320。

析性,哥德尔建议称之为“重言的”,而因概念的意义为真的命题才真正是分析的。他承认,罗素和怀特海《数学原理》中的系统(因为包含了集合论)不是重言的,但的确在他的意义上是分析的。[②]由此不难得出结论说, 无论是逻辑中的集合论还是概念论,都是分析的。

最后一个问题是,哥德尔是否会支持弗雷格的逻辑主义。在断言逻辑包括集合论和概念论的同时,哥德尔又把数学与集合论联系起来,认为集合论为普通数学提供了基础,而概念论是“超出”集合的东西:

> 长久以来,逻辑和数学被混为一谈。一旦我们在集合与概念之间做出鲜明的区分并利用这种区分,我们就造就了几项进展。依照集合的迭代概念,我们有了普通数学的一个合理可信的基础。为了总体上把握逻辑,超越集合就成为可理解的,并且事实上必要的一步。[①]

他有时甚至断言集合论就等同于数学。所以,哥德尔是把数学作为逻辑的一部分来看待的。从这个意义上说,哥德尔自然是一个逻辑主义者。而且在他看来,由于集合论是普通数学的一个合理可信的基础,逻辑主义已经取得了成功。让弗雷格感到沮丧的罗素悖论从未对哥德尔造成困扰。一方面,他认为这个悖论根本不是集合概念或数学内在的矛盾,而是我们主观上的模糊认识造成的。另一方面,由于公理化集合论的出现,这个矛盾已经以一种令人满意的方式解决了。

这就引出了一个非常有趣的问题,弗雷格为何不能接受对罗素悖论的解决而竟然放弃他花费巨大心血的逻辑主义纲领?

为了拯救逻辑主义,至少有两种策略可供选择。一种是所谓的新逻辑主义(或新弗雷格主义)纲领,即放弃引起矛盾的基本原则五,把休谟原则作为初始的公理。所谓休谟原则指的是:

两个概念是等数的当且仅当落入这两个概念之下的对象之间有一一对应。(8)

弗雷格在《算术基础》(63 节)中提出这个原则后,又认为它对于定义自然数是不够的,主要的理由是所谓的凯撒问题,即单凭这个原则我们不能确定“2=凯撒”是假的。为此,他(在《算术的基本原则》中)又引入了所谓的基本原则五[②]:

两个概念的外延相等当且仅当落入这两个概念之下的对象是相同的。 (9)

但是,基本原则五要求:

---

① 王浩:《逻辑之旅——从哥德尔到哲学》,第 361 页。

② Frege, *Basic Laws of Arithmetic*, translated by Philip A. Ebert and Marcus Rossberg, Oxford: Oxford University Press, 2013, Vol. 1, §20.

② Gödel, *Russell's Mathematical Logic*, p. 141.

每个概念都有一个集合作为它的外延。 (10)

正是这一点导致了罗素悖论。所以,自然的想法是不使用引起悖论的基本原则五,只使用休谟原则来发展弗雷格的逻辑主义计划。事实上,新逻辑主义在这一点上取得了很大的进展。赖特(Wright)证明,仅从休谟原则即可导出二阶皮亚诺算术的全部公理,而布罗斯则证明休谟原则很可能是一致的:如果数学分析是一致的,那么休谟原则也是一致的。有了这两个结果,似乎逻辑主义可以建立在休谟原则之上,剩下的问题只是确定休谟原则是一个逻辑公理。

但弗雷格本人似乎从未打算把休谟原则作为初始的逻辑公理来对待,否则他就不会再费力去求助于基本原则五, 更不会在罗素证明基本原则五是矛盾的以后,宁可放弃自己的逻辑主义计划也不再重新考虑将休谟原则作为初始原理的可能性。麦克法兰对此的解释是:在弗雷格看来,休谟原则虽然不一定是矛盾的,但也不一定是一致的。它仅仅在如下意义上比基本原则五强:它尚未被证明是矛盾的。所以弗雷格怀疑的是休谟原则的真理性,而不是它作为逻辑命题的地位。

麦克法兰这样解释的目的是为他对弗雷格的逻辑观念的解读作辩护,避免把弗雷格拒绝休谟原则作为初始逻辑公理这一点当作反对他的理由,因为,休谟原则显然是一个“普遍的”命题,而麦克法兰坚持认为弗雷格把普遍性作为逻辑的基本标准。

休谟原则当然是弗雷格意义上的逻辑命题,在这一点上麦克法兰是对的。但是如果弗雷格仅仅是因为怀疑休谟原则的真理性而拒绝把它作为初始的原则,那就很难解释他为何一开始就不考虑用休谟原则完成《算术基础》的任务,而一定要以基本原则五作为初始原则。因为,休谟原则可由基本原则五(加上其他基本原则)推出,而那时(罗素悖论发现之前)弗雷格显然相信基本原则五是真的。

我们认为,唯一合理的解释是,休谟原则对弗雷格来说显然是不够的,不是不够推出算术的那些基本原则,而是不够为整个数学奠定逻辑的基础。为了后者,弗雷格需要一个更强的逻辑观念,正如戈德法布正确指出的,他要求每个概念都有一个“清晰的外延”,因为

> 对于弗雷格来说,所有量词变元都有不加限制的变域。假定这一点,同时假定“$(\forall F)(\forall x)(Fx \vee -Fx)$”是逻辑定律,立刻会得到弗雷格所要求的(每个概念都有一个清晰的外延)。如果有一个概念,那它的一个表达式能够例示这个定律中的量词;因此我们能逻辑地得出,对每一个对象,此概念对它或者成立或者不成立。这就是弗雷格“清晰边界”所指的。[①]

① Goldfarb, *Frege's Conception of Logic*, p. 30.

所以，基本原则五也许对于建立算术的基础不是必要的，但对于弗雷格的逻辑观念来说却是必须的。从这个意义上说，新弗雷格主义不太可能会让弗雷格满意。

另一个拯救逻辑主义困境的方法是公理化集合论，在策梅洛(Zermelo)等人的公理化集合论中，罗素悖论因为限制了(10)(使用分离公理代替)而被排除，而且这种限制并没有影响从这些基本原则定义出全部数学概念。所以集合论可以恰当地被视为全部数学的一个合理基础。而且，弗雷格应该是可以接受集合论是逻辑的，因为它是普遍的原则，是所有“可思想的”对象的普遍规律。但是，与新逻辑主义的策略一样，公理化集合论仍然不能满足每个概念都有一个“清晰外延”的要求，所以仍然不能如弗雷格设想的那样，从外延的角度实现一个令人满意的概念理论。

从哥德尔的角度来看，弗雷格的错误在于没有区分“内涵的”和“外延的”，他的目标是有关概念的理论，但希望并坚信采取外延的方法可以实现这样一个令人满意的结果。罗素悖论的发现无非是证明：概念不可能完全用外延的方法来刻画。这种混淆在哥德尔之前是非常普遍的，所以王浩称，当哥德尔反复提醒他注意罗素悖论的两种不同表达方式——用集合和用概念——之间的重要区别时，感到十分惊讶。

但是，弗雷格的这个“错误”却反映了他与哥德尔之间更大的一致：从本质上讲逻辑是处理概念的，单纯的外延手段(集合论)即使能够建立起全部的数学基础，也不应该是逻辑的全部。而目前的情况是，我们离建立起全部数学基础还有很远的路要走。

至此，我们在本节中确立了如下事实：虽然弗雷格的逻辑观念几乎被主流哲学所遮蔽，但绝非是一种孤立的立场。哥德尔有关逻辑的观点是这种立场的深化和在一定意义上的哲学上的完成。以上事实(如果我们的理解，而不是通行的立场，是正确的话)，使我们对现代逻辑史的一些重要问题有了合理的解释，例如对逻辑主义的评价及其“失败”和“失败原因”的误解；弗雷格对休谟原则作为初始真理的拒绝，等等。而在这之前，这些问题几乎总是处于混沌之中。

三、连续统问题——一个案例

作为方法论自然主义者，我们不认为纯粹的观念的争论有很大意义，除非这种争论在逻辑和数学研究的实践中真的发挥着作用。所以我们打算在最后一节将有关逻辑观念的争论与当前逻辑(集合论)研究中的一些最新的重要成果联系起来，以说明我们有关逻辑观念的讨论并非只是哲学家的自我陶醉的游戏。事实上，正是接触到这些引人注目的数学结果以后，我们才对当前流行的逻辑观念产生了疑问，并从弗雷格和哥德尔那里找到了看似合理的答案。

如前所述，在集合论领域，我们已经有了一个相对令人满意的公理系统 ZFC。

通常的数学都可以在它之中发展出来。但有一个问题却是 ZFC 无能为力的,这个问题就是"康托的连续统假设(CH)是不是真的?"[①] 因为哥德尔和科恩分别在 1938 年和 1963 年证明:CH 不是 ZFC 的定理,CH 的否定也不是 ZFC 的定理。这意味着我们无法在这个"相对令人满意的"公理系统 ZFC 中回答上述问题! 这种现象在集合论中被称为 "独立性" 现象, 一个命题独立于 ZFC 当且仅当它和它的否定都不是 ZFC 的定理。[②]

面对这个现实,本文讨论的两种逻辑观念在此处也有着截然不同的立场,这也形成了当代集合论研究的两大流派。

形式主义者把 ZFC 视为一个形式系统,一个集合论语句 S 是真的当且仅当它是 ZFC 的定理,或者等价地说,当且仅当它在 ZFC 的所有模型中都真。[③] 这就是说,所有满足 ZFC 的东西都可以称为集合。因此,从命题的角度看,形式主义把真等同于形式系统的证明。从集合概念的角度看,形式主义认为所有 ZFC 的模型都可被视为一个集合宇宙,它们的地位是同等的,并没有哪一个更特殊,更接近真实。站在这一立场上,连续统问题就是一个无意义的问题,因为 CH 及其否定既然都不是 ZFC 的定理,那它也就没有真值,既不是真的,也不是假的。例如,科恩就说:

> ……(选择形式主义的立场)这是一个有重大影响的选择。其中最重要的影响就是承认 CH 本身是无意义的,而 CH 也许是我们对不可数集合所能提出的第一个重要问题。[④]

哥德尔主义者则会把 ZFC 看作是对那个客观的集合宇宙 V 的一个并不完备的描述。由于 ZFC 的公理都是直观上明显的,所以每个 ZFC 的定理都是有关集合宇宙的一个真命题。但反过来却不成立, 不是每个有关集合的真语句都是 ZFC 的定理, CH 即是一个典型的例子。作为一个清晰明白的集合论语句,CH 在 V 中一定有一个真值, 或者它为真或者它的否定为真。ZFC 不能证明这一点不是说明 CH 是无意义的,而是说明我们对集合概念的那些总结在 ZFC 中的认识还太模糊,而集合论研究的一个根本任务就是寻求新的公理以加强 ZFC,从而确定像 CH 这样的命题的真值。

---

① 它也被称为希尔伯特第一问题,因为 1900 年希尔伯特将它作为 23 个著名问题的第一个提了出来。

② 关于连续统问题内容和历史的更为详细的介绍请参见郝兆宽、杨跃:《集合论——对无穷概念的探索》,上海:复旦大学出版社 2014 年版。

③ 当然,这里的形式主义者是与本文讨论的将逻辑视为纯形式的那些人并不完全一样,因为前者恐怕根本不把集合论视为逻辑的一部分。但是,除此之外他们在根本的哲学上并无不同,所以,这里的形式主义可以被看作后者在集合论上的投射。

④ Paul Cohen, "Comments on The Foundations of Set Theory", in *Axiomatic Set Theory*, edited by D. Scott, Proceedings of the Symposium in Pure Mathematics of the American Mathematical Society, 1970, p. 13.

……基于此处采取的立场,从已接受的集合论公理出发,一个有 关康托猜想的不可判定性的证明（与一个对 π 的超越性的证明完全不同）决不是问题的解决。……集合论概念和定理描述了一个完全确定的实在,在其中康托猜想一定是或真或假。因此,源于今天已接受公理的对它的不可判定性,只能意味着这些公理没有完备地描述那个实在。这一信念绝非空想,因为有可能指出一些方向,在其中能得到对一些问题的判定,而这些问题对于通常的公理是不可判定的。[①]

在具体的研究中,形式主义者更看重通过力迫法所获得的那些独立性结果。这种方法是科恩在证明自己的定理时发明的,而且几乎立刻就表现出强大的力量。例如,按照这种方法,我们从 ZFC(甚至可以在其中加入更强有力的假设,如存在一个大基数)的一个模型 A 出发,总能构造出 A 的两个[脱殊(generic)]扩张模型 M 和 N,ZFC 的公理在 M、N 中都还是真的,但连续统假设在 M 中为真而在 N 中为假,也就是说模型 A 上总存在着这样的分叉模型。众多的独立性结果使得集合的世界看起来很无序,而且站在形式主义的立场上看,每个独立性命题都是一个人类对其毫无所知的命题。[当然,除了知道我们对其无知这一点。希拉(Shealah)曾说,证明人类的无知也是一种荣耀。[②]]

哥德尔主义者也赞叹力迫法的神妙,一个命题是独立的,这也是有关集合概念的一个事实。只是在他看来,这个事实是在提醒我们对集合概念的理解是多么贫乏,我们多么需要丰富我们对这个客观世界的知识,多么需要寻找新的公理来确定这些独立命题的真值。

有一个确立像 CH 这种独立命题真值的策略,它基于以下观察:存在这样的模型 M,“一个语句在 M 中为真”这个事实对力迫法是“免疫的”。具体说,假设还是从模型 A 出发,如果“语句 S 在 M 中为真”这句话本身在 A 中为真,则“语句 S 在 M 中为真”这句话在 A 的所有脱殊扩张中都真。实际上,一阶算术结构就是这样的模型:

重要的是, 不论科恩的扩张方法还是哥德尔的限制方法都不能影响算术命题在算术结构中的真,因此对存在一个真正的数论模型的直观尚未受到挑战。[③]

我们把这种性质称为“脱殊不变性”。伍丁(Hugh Woodin)发现,如果假设适当的大基数,二阶算术的结构也是脱殊不变的,因此在这样的假设下,我们不能改变一个命题在二阶算术结构中的真。

由于 CH 是一个三阶算术的命题,所以按照这个策略,只要再进一步,找到使得

① “What is Cantor's Continuum Problem ?”, *Collected Works, Vol. II. Publications* 1938–1974, edited by S. Feferman et al., Oxford: Oxford University Press,1995, pp. 254–270, p. 260.
② 关于力迫法的介绍可以参看郝兆宽、杨跃:《集合论——对无穷概念的探索》。
③ Hugh Woodin, “The Continuum Hypothesis”, *Notices of The AMS*, Vol. 48, No. 6, 7, 2001, pp. 567–576, pp. 681–690, p. 568.

三阶算术结构也是脱殊不变的那些假设，我们就能固定CH在三阶算术结构中的真值,从而“解决”连续统问题。①

这个研究策略被称为“局部”策略,因为即使进展到三阶算术,也只是触及集合宇宙的一个很低的层阶;即使固定了CH的真值,对于整个集合宇宙的认识也还是处于茫然之中。

另外一个策略是“全局”的,它看起来更为激动人心,也更接近哥德尔对作为逻辑一部分的集合论的理解。这个策略始于所谓的内模型计划。

假设V是真实的集合宇宙,我们目前对它的认识模糊不清。所以集合论学家的一个主要任务是考察:V到底是一个什么样的结构。哥德尔在1938年的证明中,提出了一个集合论模型L,L的结构十分清晰，而且包括CH在内的那些独立性命题在L中都有一个确定的答案。因此我们就有理由猜想,L是否就是我们寻找的那个客观的集合论宇宙呢?如果是,即如果V=L,则我们就达到了对集合概念的清晰认识。但L有一个致命的弱点使其不可能成为V的候选:它不能容纳大基数。

所谓内模型计划就是:构造类似于L的模型,同时能够容纳大基数。这可以说是当代集合论最为艰深的部分，每次向一个更大的基数的迈进都是一个艰难的旅程。但是伍丁最近的一个非常出人意料的发现，使得内模型计划来到了一个关键的时刻。在[16]中,伍丁证明,如果存在一个类似于L的模型M,它能容纳一个超紧基数,那就存在一个模型U:(1)U可以容纳已知的所有大基数;(2)U非常接近集合论宇宙V。伍丁自己将这个模型U称为终极L。

如果集合论宇宙真的就是这个终极L,那么,连续统假设就是真的。而且,所有通过力迫证明其为独立的那些命题都能够在大基数假设下获得一个确定的真值。这就意味着我们“终结了(力迫的)独立性时代”。

必须承认,由于尚未获得容纳一个超紧基数的内模型,所以终极L的设想还远未达到实现的程度。实际上,有很多逻辑学家甚至怀疑超紧基数的一致性,怀疑我们最终能找到它的内模型。

但是,这些困难和问题不是我们关心的要点。无论终极L的设想最终能否成功,它都至少表明:哥德尔的观念,即作为逻辑学一部分的集合论不是一门纯形式的科学,而是对某个客观实在的描述,在实际的逻辑研究中确实发挥着作用。如果没有这个信念,这些重要的结果就不可能获得,因为在形式主义的逻辑观念下这些问题根本不会被提出,更不用说去寻求它们的解答了。

(责任编辑:韦海波)

① Hugh Woodin, “The Continuum Hypothesis”, *Notices of The AMS*, Vol. 48, No. 6, 7, 2001, pp. 567–576, pp. 681–690, p. 568.

system of "moral spirit" with rich contents. The essence of "moral spirit" is "the unity between the individual and the universal". "Moral spirit" exists in the two fundamental ethical substances, families and nations, as well as the universal ethical relation between individual and community. "Moral spirit" goes beyond the atomism viewpoint of right. Its implication "starting from substance" is able to deal with the complicated ethical relations in communities, to develop moral virtues uniting rights and obligations, and to overcome the obsession of individual power as the moral defects of atomism.

Key words: moral spirit; moral substance; Atomism; community ethics; ethos

- Ethics and Morality, Why Be "Spirit"?

FAN Hao

Abstract: The discussions, proposed by professor Yang Guorong, Pan Hsiaohuei, Sun Chunchen focus on a metaphysical problem: ethics and morality, why be "spirit"? Elaborating on philosophy shall be investigated for the three relations: the relationship between three theoretical resources from Marx, Kant, Hegel, and the relationship between two civilization traditions of Chinese and the Western; the relationship between phenomenology of spirit, legal philosophy, historical philosophy; the relationship between the ethical spirit and national spirit. The idea of "social consciousness" from Marx, of "practical reason" from Kant, of "objective spirit" from Hegelare three theoretical resources about the nature of "spirit" of ethics and morality. They must be creative integration and transcend based on the Chinese tradition. The trinity of phenomenology of spirit, legal philosophy and historical philosophy is the metaphysical basis of the ethic system, the "body" is the spiritual nature of ethics and morality, the identity is the state of spirit philosophy of the ethics and morality. The concept identity of nationality, ethics and spirit, the relationship of ethics and morality, and the structure of legal philosophy are three dimensions of its reality and history.

Key words: ethics and morality, spirit, phenomenology of spirit –legal philosophy –historical philosophy, ethical spirit–national spirit

- What Logic is and What Logic Should be

HAO Zhaokuan

Abstract: Logic is formal, this is a popular philosophical position come from Kant, hold by almost all philosophers in analytical tradition. However, Frege and Gödel, the two greatest logicians in history, deny this. According to them, logic is a science about the world of concept, a reality independent of our thoughts. In this paper we try to argue that the formalism is not natural or "unavoidable", on the contrary, if we focus on the development in logic in the last 50 years, Frege and Gödel's realism has a rather large influence over the worked logicians. Moreover, only from the point view of conceptual realism, we could have explained many phenomena in modern philosophy, such as Frege's rejection on Hume's Principal, that the formalism can not.

Key words: Loigc; Formalism; Mathematical Realism; Frege; Gödel

- Great Humaneness is Inhumane: The Reflection of Artificial Humanenessin ***Laozi***

HUANG Zixun